数理解析研究所講究録
1130 巻 2000 年 44-57

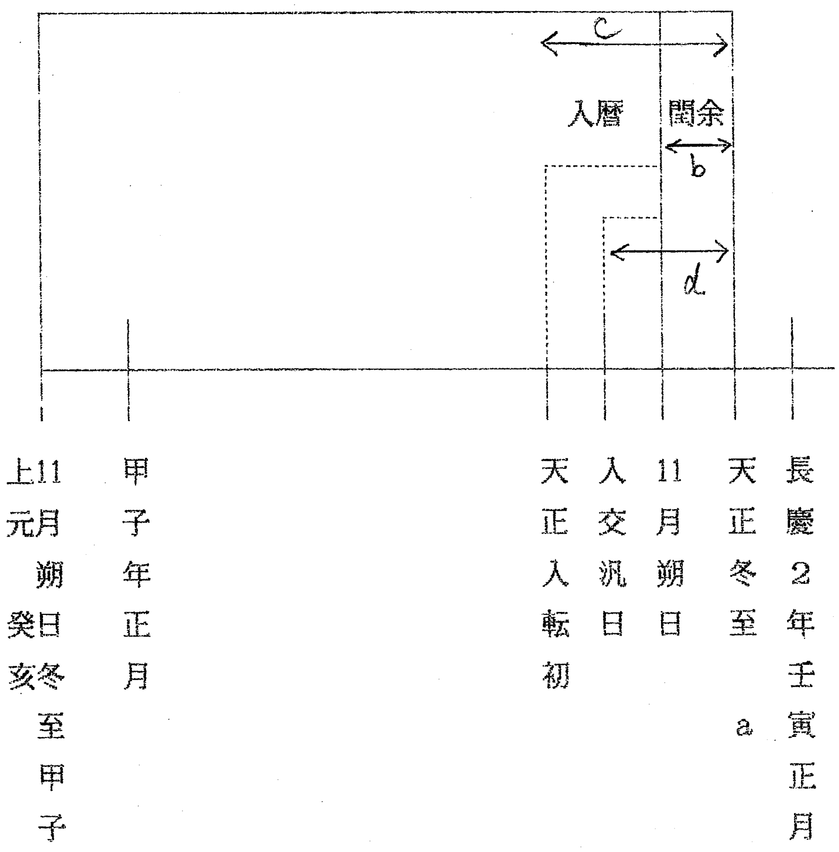
宣明暦の積年と暦元について

藤井康生（Yasuo Fujii）

§１．積年についての問題点

宣明暦では上元と長慶２年（壬寅822年）の天正冬至（前年の冬至）までの年数を積年といい7070138としている．ここで上元とは，冬至と１１月朔日が午前０時で重なり，その日の干支が甲子である日を暦の出発点としこれを上元とする．新唐書巻三十上　志第二十上　暦六上　に「上元七曜起赤道虚九度」とある．七曜は日，月，木，火，土，金，水の太陽，月，と五惑星のことである．これによると，冬至と１１月朔日が重なるほか，５惑星が同じところに見えた事になる．

積年（7070138年）



統法　８４００　（１日を８４００分とする）
旬周　５０４０００　（６０干支，甲子より一周６０日　８４００×６０）
章歳　３０６８０５５　（一年の長さ）
章月　２４８０５７　（平均朔望月　２９日４４５７／８４００）
暦周　２３１４５８秒１９　（近点月，相次ぐ近地点通過周期，
ここで秒１９は１９／１００のこと）
終率　２２８５８２秒６５１２　（交点月，月が黄道を通過する周期，
ここで秒６５１２は６５１２／１００００のこと）

長慶２年の前年の冬至（天正冬至）の日時をａ，閏余をｂとする．ａ，ｂは観測によって求められる値であるが本文中には載せられていない．積年を7070138として計算する．

$a = 7070138 \times 3068055 \bmod 504000 = 409590$

$b = 7070138 \times 3068055 \bmod 248057 = 160264$

この事より積年をｎとすると

$n \times 3068055 \bmod 504000 = 409590$ ………①

$n \times 3068055 \bmod 248057 = 160264$ ………②

$n \bmod 60 = 38$

を満たすｎを求めることになる．この問題は翦管術の問題である．計算方法は次節で述べる建部賢弘著『研幾算法』の問題と同様にできる．

①より 3068055，504000 の最大公約数 45 で割り，$68179n_1 - 11200t = 9102$ とする．

$68179n_1 - 11200t = 1$　$n_1 = m_1 \times 248057$　となる m_1 を求める．

$m_1 = 2867$　より　$n_1 = 711179419$　となる．

②より　$3068055n_2 - 248057s = 1$　$n_2 = m_2 \times 11200$　となる m_2 を求める．

$m_2 = 102429$　より　$n_2 = 1147200488$　となる．

次に　$9102n_1 + 160264n_2 = 6473155071738 + 183855630067200 = 190328785138938$

とし　$11200 \times 248057 = 2778238400$　で割り余りを求める

$190328785138938 \div 2778238400 = 68507$ ……　7070138

$n = 7070138$　が積年である．

しかし，当時の観測精度からａ，ｂの値が正確に観測結果から求められたかについては不明である．ａ，ｂの値を少し変えると，例えば小余の部分（宣明暦では１日を8400分とし日数を大余，１日以下を小余とする，ａ＝409590 は大余 48，小余 6390 となる）を変

えると異なるnの値が求められる．そのように考えていくと，積年を，a，bの値のみから求めていなかったように思える．建部賢弘は『綴術算經　探算脱術　第七』の中で，天正冬至，天正閏余，入暦進退，入交汎日より積年を求めると述べている．

算脱ノ法ハ兄賢明カ探會スル所ナリ賢明カ生知孝和ニ亞リ其稟受ノ氣情最怯弱ニシテ常ニ病日多カリシ曾五斜ノ括術ヲ為ント欲シテ甚繁雑セリタトヒ萬位ニ及フトモ日ニ百位ヲ造ハ徐百日ニシテ畢テント言テ果テ月餘ニシテ悉成シ得タリ賢明没シテ後吾彼成得タルヲ意テ始テ實ニ肯スルコトヲ得タリ旬日ナラスシテ黄赤道立成元數ヲ求得テ　中根上右衛門ニ授ク時ニ五十七歳ナリキ亦吾少カリシ時所問有テ宣明暦天正氣朔轉交四件ノ分數ヲ以テ積年ヲ求ル段數ヲ為畢テ以為多位ニシテ最難為者ト今既ニ齡傾キ精氣徐一半ヲ損スルニ逮卻テ許多ノ數ヲ求メ力ヲ用ルコト壯ナリシ時ニ倍セリ而ルニ　難シト不為ハ是算ノ實ニ我心ニ從ユヘナリ凡求數ニモアレ施術ニモアレ探法ニモアレ總テ一些モ難シト意コト有ハ心ニ不從處有テ眞實ノ不至ニ依レリ其心ニ從フト不從トノ意ノ實ヲ識者ハ賢明乎夫思慮ノ慧利ナルニ依ルコト無ク亦氣情ノ壯盛ナルヲ用ルコト無ク泰ニ居テ常ニ為テ不止者ハ即柔ヲ以テ剛堅ヲ碎キ寡ヲ以テ衆多ヲ量ルノ力ナリ

「吾少カリシ時所問有テ」と述べているのは建部賢弘著研幾算法第４９問の事である．

入暦＋閏余をｃ，入交汎日＋閏余をｄとする．ｃ，ｄについても本文中には載せられていない，始めに積年を7070138としてｃ，ｄを求める．

$c = 7070138 \times 3068055 \times 100 \quad \mathrm{mod}\ 23145819 \quad = 18873801$

$d = 7070138 \times 3068055 \times 10000 \ \mathrm{mod}\ 2285826512 = 593769872$

$n \times 3068055 \times 100 \quad \mathrm{mod}\ 23145819 \quad = 18873801 \quad \cdots\cdots\cdots ③$

$n \times 3068055 \times 10000 \ \mathrm{mod}\ 2285826512 = 593769872 \quad \cdots\cdots\cdots ④$

ａ，ｂ，ｃ，ｄ　より積年を求める問題を建部賢弘は『研幾算法』第４９問で述べている．次節ではそれを解説する．

§２．建部賢弘著『研幾算法』第４９問について

四十九　今有宣明暦見行草不知積年只云天正冬至大餘小餘若干經朔大餘小餘若干入暦進退大餘小餘秒若干入交汎日小餘秒若干問積年幾何　本書云没日土用滅日入定氣同朓朒進退朓朒合朔此七辞多故併削之

○答曰　得積年

術曰置冬至大小餘通分内子 乃置大餘以統法乘之加入小餘數也後倣之 如四十五分而一得數以一京一千六百一十二萬零三百四十八兆零三百三十九萬一千四百四十一億零四百一十九萬七千零一十九乘之得數○置冬至大小餘内減經朔大小餘 不足減者大餘加紀法小餘解統法而後減之 餘通分内子為閏餘分以二京八千四百六十九萬七千六百七十五兆八千三百五十四萬五千五百四十九億四千三百四十五萬四千四百乘之得數○置入暦進退大小餘秒大餘内減一算餘 若退者加暦中 通分内子加入閏餘分 若加之満暦周者去之 如三秒 百秒為分 而一得數以一京六千二百八十三萬一千三百七十八兆九千零二十六萬三千二百四十八億六千零一十萬零七千二百乘之得數○置入交汎日小餘秒通分内子加入閏餘分 若加之満終率者去之 如十六秒 千秒為分 而一得數以一京九千二百九十八萬五千一百一十二兆五千二百三十二萬零三百零二億四千二百六十四萬八千乘之得數○右四位相併共得數満三京零六百二十二萬七千四百三十兆零六千五百二十一萬八千七百七十五億五千二百八十六萬二千四百去之餘得積年合問

研幾算法第４９問は宣明暦の積年を，天正冬至，経朔，入暦進退，入交汎日より求める問題で，いわゆる翦管術の問題である．積年をｎ，天正冬至をａ，閏余［天正冬至－経朔］をｂ，入暦進退［宣明暦に記載されているものは＋１されているので術文には内一減となっている］＋閏余をｃ，入交汎日＋閏余をｄとする．

$3068055n \equiv a \mod 504000$（旬周） ………①

$3068055n \equiv b \mod 248057$（章月） ………②

$3068055 \times 100n \equiv c \mod 23145819$（暦周） ………③

$3068055 \times 10000n \equiv d \mod 2285826512$（終率） ………④

以上４式を満たすｎを求める問題である．術文には

$$n = [(a \div 45) \times 1161203480339144104197019 + b \times 2846976758354554943454400 + (c \div 3) \times 1628313789026324860107200 + (d \div 16) \times 1929851125232030242648000] \mod 3062274306521877552862400$$

と載せられている．

①より 3068055，504000 の最大公約数 45 で割る 68179＝Ａ，11200＝Ｂ とする
②より 3068055，248057 の最大公約数 1 3068055＝Ｃ，248057＝Ｄ とする
③より 306805500，23145819 の最大公約数 3 で割る
102268500＝Ｅ，7715273＝Ｆ とする
④より 30680550000，2285826512 の最大公約数 16 で割る
1917534375＝Ｇ，142864157＝Ｈ とする

①より

$A\times n_1-B\times t_1=1$　$n_1=s_1\times D\times F\times H$　となる　s_1　を求める

$A\times D\times F\times H\times s_1-B\times t_1=1$　を解く

18641321423603133006839783	÷11200	=1664403698535994018467	…… 9383
11200	÷9383	=1	…… 1817
9383	÷1817	=5	…… 298
1817	÷298	=6	…… 29
298	÷29	=10	…… 8
29	÷8	=3	…… 5
8	÷5	=1	…… 3
5	÷3	=1	…… 2
3	÷2	=1	…… 1

1664403698535994018467×1＋1 ＝1664403698535994018468

5×1664403698535994018468＋1664403698535994018467 ＝9986422191215964110807

6×9986422191215964110807＋1664403698535994018468 ＝61582936845831778683310

10×61582936845831778683310＋9986422191215964110807 ＝625815790649533750943907

3×625815790649533750943907＋61582936845831778683310＝1939030308794433031515031

1×1939030308794433031515031＋625815790649533750943907

＝2564846099443966782458938

1×2564846099443966782458938＋1939030308794433031515031

＝4503876408238399813973969

1×4503876408238399813973969＋2564846099443966782458938

＝7068722507682366596432907

7068722507682366596432907×11200＝79169692086042505880048558400

（79169692086042505880048558400＋1）÷18641321423603133006839783 ＝ 4247

これによって s_1=4247 を得る

②より

$C\times n_2-D\times t_2=1$　$n_2=s_2\times B\times F\times H$　となる　s_2　を求める

$C\times B\times F\times H\times s_2-D\times t_2=1$　を解く

378752705930329683719760000÷248057＝1526877717340489015500 ……… 187650

248057	÷187650＝1	……… 60407
187650	÷60407 ＝3	……… 6429
60407	÷6429 ＝9	……… 2546
6429	÷2546 ＝2	……… 1337
2546	÷1337 ＝1	……… 1209
1337	÷1209 ＝1	……… 128
1209	÷128 ＝9	……… 57
128	÷57 ＝2	……… 14
57	÷14 ＝4	……… 1

1526877717340489015550×1＋1 ＝1526877717340489015551

3×1526877717340489015551＋1526877717340489015550 ＝6107510869361956062203

9×6107510869361956062203＋1526877717340489015551 ＝56494475541598093357378

2×56494475541598093357378＋6107510869361956062203 ＝119096461952558142720959

1×119096461952558142720959＋56494475541598093357378 ＝175590937494156236078337

1×175590937494156236078337＋119096461952558142720959 ＝294687399446714378799296

9×294687399446714378799296＋175590937494156236078337 ＝2827777532514585645272001

2×2827777532514585645272001＋294687399446714378799296＋＝5950242464475885669343298

4×5950242464475885669343298＋2827777532514585645272001

＝26628747390418128423045193

（26628747390418128423045193×248057－１）÷378752705930329683719760000

＝17440

248057－17440＝230617

s_2＝230617 を得る

⑨より

$E \times n_3 - F \times t_3 = 1$　$n_3 = s_3 \times B \times D \times H$　となる　s_3　を求める

$E \times B \times D \times H \times s_3 - F \times t_3 = 1$　を解く

40591460589473973832800000	÷7715273＝5261182668386973971	……… 2640917
7715273	÷2640917＝2	……… 2433439
2640917	÷2433439＝1	……… 207478
2433439	÷207478 ＝11	……… 151181
207478	÷151181 ＝1	……… 56297

151181	÷56297	=2	……… 38587
56297	÷38587	=1	……… 17710
38587	÷17710	=2	……… 3167
17710	÷3167	=5	……… 1875
3167	÷1875	=1	……… 1292
1875	÷1292	=1	……… 583
1292	÷583	=2	……… 126
583	÷126	=4	……… 79
126	÷79	=1	……… 47
79	÷47	=1	……… 32
47	÷32	=1	……… 15
32	÷15	=2	……… 2
15	÷2	=7	……… 1

5261182668386973971×2+1 =10522365336773947943

1×10522365336773947943+5261182668386973971 =15783548005160921914

11×15783548005160921914+10522365336773947943 =184141393393544088997

1×184141393393544088997+15783548005160921914 =199924941398705010911

2×199924941398705010911+184141393393544088997 = 583991276190954110819

1×583991276190954110819+199924941398705010911 =783916217589659121730

2×83916217589659121730+583991276190954110819 =2151823711370272354279

5×2151823711370272354279+83916217589659121730 =11543034774441020893125

1×11543034774441020893125+2151823711370272354279 =13694858485811293247404

1×13694858485811293247404+11543034774441020893125 =25237893260252314140529

2×25237893260252314140529+13694858485811293247404 =64170645006315921528462

4×64170645006315921528462+25237893260252314140529 =281920473285516000254377

1×281920473285516000254377+64170645006315921528462 =346091118291831921782839

1×346091118291831921782839+281920473285516000254377=628011591577347922037216

1×628011591577347922037216+346091118291831921782839=974102709869179843820055

2×974102709869179843820055+628011591577347922037216=2576217011315707609677326

7×2576217011315707609677326+974102709869179843820055

=19007621789079133111561337

（19007621789079133111561337×7715273－１）÷40591460589473973832800000

=3612804

7715273－3612804＝4102469

s_3＝4102469 を得る

④より

G×n_4－H×t_4＝1　n_4＝s_4×B×D×F　となる　s_4　を求める

G×B×D×F×s_4－H×t_4＝1　を解く

41102095667249741985000000	÷142864157	＝287700543861745126	………	10151218
142864157	÷10151218	＝14	………	747105
10151218	÷747105	＝13	………	438853
747105	÷438853	＝1	………	308252
438853	÷308252	＝1	………	130601
308252	÷130601	＝2	………	47050
130601	÷47050	＝2	………	36501
47050	÷36501	＝1	………	10549
36501	÷10549	＝3	………	4854
10549	÷4854	＝2	………	841
4854	÷841	＝5	………	649
841	÷649	＝1	………	192
649	÷192	＝3	………	73
192	÷73	＝2	………	46
73	÷46	＝1	………	27
46	÷27	＝1	………	19
27	÷19	＝1	………	8
19	÷8	＝2	………	3
8	÷3	＝2	………	2
3	÷2	＝1	………	1

287700543861745126×14＋1　＝4027807614064431765

13×4027807614064431765＋287700543861745126　＝52649199526699358071

1×52649199526699358071＋4027807614064431765　＝56677007140763789836

1×56677007140763789836＋52649199526699358071　＝109326206667463147907

2×109326206667463147907＋56677007140763789836　＝275329420475690085650

2×275329420475690085650＋109326206667463147907　＝659985047618843319207

1×659985047618843319207＋275329420475690085650 ＝935314468094533404857

3×935314468094533404857＋659985047618843319207 ＝3465928451902443533778

2×3465928451902443533778＋935314468094533404857 ＝7867171371899420472413

5×7867171371899420472413＋3465928451902443533778 ＝42801785311399545895843

1×42801785311399545895843＋7867171371899420472413 ＝50668956683298966368256

3×50668956683298966368256＋42801785311399545895843 ＝194808655361296445000611

2×194808655361296445000611＋50668956683298966368256 ＝440286267405891856369478

1×440286267405891856369478＋194808655361296445000611＝635094922767188301370089

1×635094922767188301370089＋440286267405891856369478＝1075381190173080157739567

1×1075381190173080157739567＋635094922767188301370089

＝1710476112940268459109656

2×1710476112940268459109656＋1075381190173080157739567

＝4496333416053617075958879

2×4496333416053617075958879＋1710476112940268459109656

＝10703142945047502611027414

1×10703142945047502611027414＋4496333416053617075958879

＝15199476361101119686986293

（15199476361101119686986293×142864157－1）÷41102095667249741985000000

＝52830892

142864157－52830892＝90033265

s_4＝90033265 を得る

術文中の数値は

11612034803391441041970l9＝4247×248057×7715273×142864157

＝s_1×D×F×H

2846976758354554943454400＝230617×11200×7715273×142864157

＝s_2×B×F×H

1628313789026324860107200＝4102469×11200×248057×142864157

＝s_3×B×D×H

1929851125232030242648000＝90033265×11200×248057×7715273

＝s_4×B×D×F

3062274306521877552862400＝11200×248057×7715273×142864157

＝B×D×F×H

より一致する

宣明暦の値　$a=409590$，$b=160264$，$c=18873801$，$d=593769872$，によって $n=7070138$ が求められる．

これは全く数学の問題である．本問は，長慶２年のａ，ｂ，ｃ，ｄだけでなく，暦に記載されているａ，ｂ，ｃ，ｄの値から積年を求める計算方法について述べた物であった．ここでａ，ｂ，ｃ，ｄの小余を変えても，異なるｎの値は求まらず，$n=7070138$ が最小値である．

$$|(3068055/8400)n - 60s - 48| < 1 \quad \cdots\cdots\text{①}'$$
$$|(3068055/8400)n - (248057/8400)t - 19| < 1 \quad \cdots\cdots\text{②}'$$
$$|(3068055/8400)n - (231458.19/8400)u - 22| < 1 \quad \cdots\cdots\text{③}'$$
$$|(3068055/8400)n - (228582.6512/8400)v - 7| < 1 \quad \cdots\cdots\text{④}'$$

不等式①′～④′を満たすｎの最小値 $n=7070138$ を求めたように思われる．

§３．５惑星について

５惑星の周率（会合周期）について考えてみる．新唐書暦六上載せられている値は

木星　3350540.83
火星　6551395.26
土星　3175879.79
金星　4904845.85
水星　973390.25

であるから，積年をｎとすると

$$3068055\times100n \equiv e_1 \mod 335054083 \quad \cdots\cdots\text{⑤}$$
$$3068055\times100n \equiv e_2 \mod 655139526 \quad \cdots\cdots\text{⑥}$$
$$3068055\times100n \equiv e_3 \mod 317587979 \quad \cdots\cdots\text{⑦}$$
$$3068055\times100n \equiv e_4 \mod 490484585 \quad \cdots\cdots\text{⑧}$$
$$3068055\times100n \equiv e_5 \mod 97339025 \quad \cdots\cdots\text{⑨}$$

を満たすことになる．ここで積年を 7070138 として e_1～e_5 を求める．

$$e_1=7070138\times3068055\times100 \mod 335054083 = 3058767$$
$$e_2=7070138\times3068055\times100 \mod 655139526 = 80665890$$
$$e_3=7070138\times3068055\times100 \mod 317587979 = 203967058$$
$$e_4=7070138\times3068055\times100 \mod 490484585 = 428141955$$

e_5=7070138×3068055×100　mod　97339025 = 75883050
逆に，これら e_1〜e_5 の値に対して ⑤ 〜 ⑨ 式を満たすnの最小値は 7070138 となる.

⑤〜⑨ を単独で考えるとnの最小値は，⑤〜⑧ は 7070138，⑨ は 3176577 となる.横塚先生の御注意によると ⑨ の解は 3176577+3893561 t より，ここでt＝1とすれば 7070138 となる．このように，水星では最小値ではないが ⑤〜⑨ ともに解は 7070138 となる.

§２で述べた建部の方法で⑤〜⑨を解く事を試みる
⑤より 306805500，335054083 の最大公約数 1 306805500＝A，335054083＝B とする
⑥より 306805500，655139526 の最大公約数 6 で割る
51134250＝C，109189921＝D とする
⑦より 306805500，317587979 の最大公約数 1 306805500＝A，317587979＝E とする
⑧より 306805500，490484585 の最大公約数 5 で割る
61361100＝F，98096917＝G とする
⑨より 306805500，97339025 の最大公約数 25 で割る
12272220＝H，3893561＝I とする
B，Iには最大公約数７がある

⑤より
$A \times m_1 - (B \div 7) \times r_1 = 1$　$m_1 = k_1 \times D \times E \times G \times (I \div 7)$ となる
k_1 を求める
$A \times D \times E \times G \times (I \div 7) \times k_1 - (B \div 7) \times r_1 = 1$　を解く
k_1=33217068　を得る

⑥より
$C \times m_2 - D \times r_2 = 1$　$m_2 = k_2 \times B \times E \times G \times I$　となる k_2 を求める
$C \times B \times E \times G \times I \times k_2 - D \times r_2 = 1$　を解く
k_2=46214470　を得る

⑦より
$A \times m_3 - E \times r_3 = 1$　$m_3 = k_3 \times B \times D \times G \times I$　となる k_3 を求める
$A \times B \times D \times G \times I \times k_3 - E \times r_3 = 1$　を解く
k_3=255133634　を得る

⑧より

$F \times m_4 - G \times r_4 = 1$　$m_4 = k_4 \times B \times D \times E \times I$　となる k_4 を求める

$F \times B \times D \times E \times I \times k_4 - G \times r_4 = 1$　を解く

$k_4 = 37569287$　を得る

⑨より

$H \times m_5 - (I \div 7) \times r_5 = 1$ $m_5 = k_5 \times (B \div 7) \times D \times E \times G$ となる

k_2 を求める

$H \times (B \div 7) \times D \times E \times G \times k_5 - (I \div 7) \times r_5 = 1$　を解く

$k_5 = 393552$　を得る

次に水星については単独の時と同様に補正する必要があるが，［⑤〜⑧の４式では§２の建部の問題と同様に求められる］上で求めた k_1，k_2，k_3，k_4，k_5 によって，

$$
\begin{aligned}
&[3058767 \times k_1 \times D \times E \times G \times (I \div 7) + 80665890 \times k_2 \times B \times E \times G \times I \\
&\quad + 203967058 \times k_3 \times B \times D \times G \times I + 428141955 \times k_4 \times B \times D \times E \times I \\
&\qquad + \{75883050 \times k_5 + 15 \times (I \div 7)\} \times (B \div 7) \times D \times E \times G] \\
&\qquad\qquad \bmod B \times D \times E \times G \times I
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 3058767 \times 62851001826837323616350672830891135692 \\
&\quad + 80665890 \times 18782754787422888987216713083012517 21230 \\
&\qquad + 203967058 \times 35650655791094349033127212513411 07527694 \\
&\qquad\quad + 428141955 \times 16995793986021582540889760822010159 80879 \\
&\qquad\qquad + (29863926093600 + 8343345) \times 16282415783426858176750937535 4307 \\
&\qquad\quad \bmod 4437760535609468294466998997097236420589
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 1922465703048697198460140984829263864472 11764 \\
&\quad + 15151276315792281465250347837158485820 7049844700 \\
&\qquad + 7271559377480176972712102076101242568853 98704252 \\
&\qquad\quad + 72766124639525230212504096378178368503977 7678445 \\
&\qquad\qquad + 486256997431338150907298879036663487792 5672115 \\
&\qquad\quad \bmod 4437760535609468294466998997097236420589
\end{aligned}
$$

$= 7070138$　となる．

ここで

$3058767 \times k_1 \times D \times E \times G \times (I \div 7) \quad \mathrm{mod}\ B = 7070138$

$80665890 \times k_2 \times B \times E \times G \times I \quad \mathrm{mod}\ D = 7070138$

$203967058 \times k_3 \times B \times D \times G \times I \quad \mathrm{mod}\ E = 7070138$

$428141955 \times k_4 \times B \times D \times E \times I \quad \mathrm{mod}\ G = 7070138$

$[75883050 \times k_5 \times (B \div 7) \times D \times E \times G \ \mathrm{mod}\ I] + 9 \times (I \div 7) = 7070138$

となっている．

この事から，最初に述べた新唐書暦六上で述べられている「上元七曜起赤道虚九度」について，日，月，木，火，土，金，水の太陽，月と５惑星の７つは確かに同一の時に重なっていたことになる．ここでも e_1，e_2，e_3，e_4，e_5，は観測による値であるが，本文中には載せられていない．これらの値の小余を変えても，先程の場合と同様 $n=7070138$ が最小値である．

$|(3068055/8400)\,n - (335054083/8400)\,p_1 - 3| < 1$ ……… ⑤′

$|(3068055/8400)\,n - (655139526/8400)\,p_2 - 96| < 1$ ……… ⑥′

$|(3068055/8400)\,n - (317587979/8400)\,p_3 - 242| < 1$ ……… ⑦′

$|(3068055/8400)\,n - (490484585/8400)\,p_4 - 509| < 1$ ……… ⑧′

$|(3068055/8400)\,n - (97339025/8400)\,p_5 - 90| < 1$ ……… ⑨′

§２の最後に述べたのと同様に不等式 ①′～④′ および ⑤′～⑨′ を満たす n の最小値 $n=7070138$ を求めたようにも思われる．

当時の観測精度を考えると，暦周８位，終率１０位，周率９～１０位まで求められているのは数字の桁が多すぎるように思われる．逆に各定数の秒の位等を変えても，n の値は求まらず，$n=7070138$ が成立つのは，本文に載せられている値のみである．それらのことを合わせて考えると，各定数は，積年7070138 に合わせて決定された様に思われる．

横塚啓之先生には多くの宣明暦関係の資料をお贈りいただきました．その上，建部賢弘の著述を教えていただいたほか，５惑星についてもご注意をいただきました．大橋由紀夫先生には曲安京氏の上元積年計算に関する論文をお贈りいただきました．この御助言がなければ本稿はできませんでした，横塚，大橋両先生に感謝いたします．

参考

建部賢弘著　『研幾算法』　天和三年

『新唐書』（校点本二十四史）　中華書局

曲安京著　「中国古代曆法中的上元積年計算」　数学史研究文集　第一輯（1990）

「《大明曆》的上元積年計算」　数学史研究文集　第二輯（1991）

「東漢到劉宋時期曆法上元積年計算」　天文学報　第32巻第4期（1991）

「東漢到劉宋時期曆法五星会合周期数源」　天文学報　第33巻第1期（1992）